Domande a scelta multipla

(1) La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\sinh\left(\sqrt{\frac{1}{n^5}}\right)\right]\left[\ln\left(\sqrt{n^2+1}-n\right)\right]$

- ☐ *(a)* converge
- ☐ *(b)* oscilla
- ☐ *(c)* diverge

(2) Sia $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq x\} \subseteq \mathbb{R}^2$, dotato di metrica Euclidea. Quale delle seguenti condizioni è falsa?

- ☐ *(a)* E non è né chiuso né aperto
- ☐ *(b)* E è chiuso
- ☐ *(c)* E è connesso

(3) Sia $f : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \to \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ tale che $f(x) = \arccos\left(\sqrt[3]{\frac{\sin(x)+1}{2}}\right)$ per ogni $x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$. Allora

- ☐ *(a)* $f^{-1}(x) = \arcsin(2x-1)$ per ogni $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
- ☐ *(b)* $f^{-1}(x) = \arcsin\left(2\cos^3(x)-1\right)$ per ogni $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$
- ☐ *(c)* $f^{-1}(x) = \cos\left(\frac{\sqrt[3]{\sin(x)+1}}{2}\right)$ per ogni $x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

(4) Il limite $\lim_{n\to+\infty} \sqrt[n]{2^n+4^n}\ \cos\left(\frac{(-1)^n}{n}\right)$

- ☐ *(a)* vale 1
- ☐ *(b)* vale 4
- ☐ *(c)* non esiste

(5) Sia $E = \{x \in \mathbb{R} : \ln(5x) > \ln(x^2+1)\}$. Allora:

- ☐ *(a)* $\sup E = +\infty$ e $\inf E = 0$
- ☐ *(b)* $\sup E = \frac{5+\sqrt{21}}{2}$ e $\inf E = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$
- ☐ *(c)* $\sup E = +\infty$ e $\inf E = \frac{5-\sqrt{21}}{2}$

(6) Il limite $\lim_{n\to+\infty} \frac{e^{4n+2}}{\left(1+\frac{4}{n}\right)^{n^2}}$ vale

- ☐ *(a)* e^{10}
- ☐ *(b)* e^2
- ☐ *(c)* $+\infty$

(7) La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)!}{e^n (n!)^3}$

☐ *(a)* converge

☐ *(b)* diverge

☐ *(c)* oscilla

(8) La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \ln\left(\frac{2}{\pi} \arctan(2n)\right)$

☐ *(a)* converge

☐ *(b)* oscilla

☐ *(c)* diverge

(9) Il limite $\lim_{n\to+\infty} (n-1)^2 \left(\cosh\left(\frac{2}{n-1}\right) - \cos\left(\frac{2}{n-1}\right)\right)$ vale

☐ *(a)* 0

☐ *(b)* 4

☐ *(c)* 2

(10) Sia E l'insieme delle sfere nello spazio aventi centro a coordinate razionali e raggio razionale positivo. Allora

☐ *(a)* E è finito

☐ *(b)* E ha la potenza del continuo

☐ *(c)* E è numerabile

(11) L'equazione in campo complesso $z^4 = \left(\frac{1+i}{1-i}\right)^4$

☐ *(a)* ha $z = \frac{1+i}{1-i}$ come unica soluzione

☐ *(b)* ha più di una soluzione

☐ *(c)* ha infinite soluzioni

(12) Si consideri l'insieme dei punti del piano $E = \left\{ \left(\frac{1}{n}, \frac{2}{n+1}\right) : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$, dotato di metrica Euclidea. Allora

☐ *(a)* $E' \neq \emptyset$

☐ *(b)* E è connesso

☐ *(c)* Esistono punti di E non isolati